

Name: _____

Bearbeitungszeit: 135 min

Aufgabe 1: Begründen Sie mit Hilfe einer kleinen Skizze (qualitativer Verlauf des Graphen und der von ihm eingeschlossenen Flächen) und der geometrischen Definition des Integrals die nachfolgend gemachten Aussagen. Ergänzen Sie falls nötig Ihre Begründung schriftlich.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_{-2}^2 x^2 dx = 2 \cdot \int_0^2 x^2 dx & \text{b) } \int_{-5}^5 (x^3 + 2x) dx = 0 & \text{c) } \int_{-1}^{+3} x^5 dx = \int_{+1}^{+3} x^5 dx \\ \text{d) } \int_{-7}^{+2} (x^2 + 5) dx = \int_{-2}^{+7} (x^2 + 5) dx & \text{e) } \int_{-2}^{+3} x^3 dx = - \int_{-3}^{+2} x^3 dx \end{array}$$

Aufgabe 2: Fassen Sie, falls möglich, die folgenden Integrale zusammen. Verwenden Sie dafür die Integrationsregeln: Summenregel, Faktorregel, Intervalladditivität.

Hinweis: Es ist **keine** Berechnung der Integrale gefordert!

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int_{-3}^2 (x^2 + 1) dx + 2 \cdot \int_{-3}^2 (x^3 - x) dx & \text{b) } \int_{-5}^5 (x^3 + 2x) dx + \int_5^{-5} (x^3 + x) dx \\ \text{c) } \int_{-4}^2 (x + 5) dx + \int_2^7 x^2 dx & \text{d) } \int_{-1}^0 x^5 dx - \int_2^0 x^5 dx - \int_3^2 x^5 dx \end{array}$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe einer Stammfunktion.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_{-2}^2 (x^3 - 2x^2 + 1) dx & \text{b) } \int_{-1}^4 \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x^2} dx & \text{c) } \int_2^4 \frac{3+x}{\sqrt{x}} dx \\ \text{d) } \int_{-\pi}^{\pi} \sin\left(\frac{1}{4}x - 4\right) dx & \text{e) } \int_{-2}^a (2x-1)^2 dx, a \in \mathbb{R} & \text{f) } \int_{-2}^3 \frac{3}{\sqrt{3x+6}} dx \end{array}$$

Aufgabe 4: a) Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f , im Intervall $[-3; 3]$. Veranschaulichen Sie anschließend in Ihrer Skizze den Flächeninhalt, den der Graph von f mit der x -Achse im Intervall $[-3; 3]$ einschließt. Berechnen Sie diesen.

b) Sei f mit $f(x) = -x^2 + c$, $c \in \mathbb{R}$ Wie muss c gewählt werden, damit der Graph von f mit der x -Achse einen Flächeninhalt von $4 \cdot \sqrt{3}$ einschließt?

c) Eine zum Koordinatenursprung symmetrische Funktion dritten Grades hat an der Stelle -2 einen Tiefpunkt und schließt mit der 1 . Achse eine Fläche mit dem Flächeninhalt 18 ein. Veranschaulichen Sie den Zusammenhang in einer Skizze. Ermitteln Sie anschließend den Funktionsterm der Funktion.

Viel Erfolg!

Name: _____

Bearbeitungszeit: 135 min

Mögliche Erweiterungen:

$$\text{Aufgabe 1: f) } \int_{-2}^2 (x-1)dx = \int_{-2}^2 (-1)dx$$

$$\text{Aufgabe 2: b) } \int_{-1}^2 x^2 dx - x \cdot \int_{-1}^2 x dx + x^2 \cdot \int_{-1}^2 1 dx$$
$$\text{f) } \int_2^4 x^4 dx - \int_6^4 x^3 dx$$

Lösungen:

Nr. 3c): $53/3 - 22 \cdot \sqrt{2}/3$

3d) $-4 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(4)$

4a) $73/3$